

المسألة ٩

بتم تقييم فقر الطوبولوجيا (١)
السنة الثانية - رياضيات
الدورة الإضافية، الفأ الدراسي ٢٠١٥/٢٠١٦

السؤال الأول (٤ علامة) :

١ - ٢ (١) نقول من المجموعة V ، أن x جوار للنقطة x في الفضاء المترى (X, d) إذا وجدت كرة مفتوحة $B(x, r)$ مركزها x ونصف قطرها $0 < r$ بحيث:

$$B(x, r) \subseteq V \quad 4$$

(٢) المجموعة المحدودة هي تلك التي يمكن احتواؤها في كرة مفتوحة نصف قطرها عدد منته، 4

(٣) نقول من النقطة x أن نقطة جبرية (محدودة) للمجموعة A ، إذا كان أي جوار x يتقاطع مع A ومع مكملة A $x \in A$ 4

$$A^0 =]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[; A^c =]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[\quad 4$$

$$F_v(A) = \{-1, 0, 1\} ; A^1 =]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[\quad 4$$

$$Ext(A) = \mathbb{R} \setminus \bar{A} =]-1, 0[\cup]0, 1[\quad 4$$

(٤) المجموعة A ليست كثيفة لأن $\bar{A} \neq \mathbb{R}$ 4

(٥) الفضاء الجزئي A غير تام لأن A غير مغلقة. 4

السؤال الثاني (٢٠ علامة) :

١ (١) لنكن $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ مجموعة منتهية من الفضاء المترى X ، ولناخذ تغطية مفتوحة كثيفة $\{U_\alpha\}_{\alpha \in I}$ لـ A ، وأن النقطة a_i تنتمي إلى إحدى المجموعات لتغط

١٥ ولنكن U_α ($\alpha = 1, 2, \dots, n$)، من هنا نجد أن $U_{\alpha_1}, U_{\alpha_2}, \dots, U_{\alpha_n}$ تشكل تغطية مفتوحة منتهية لـ A ، وبالتالي A متراصة.

(٢) ليكن $x \in \mathbb{Q}$ ، وأن المجموعتين $A =]-\infty, x[$ و $B =]x, +\infty[$

تتلاقان تقنياً للمجموعة S لأن $A \cap B = \emptyset$ و $B \cap S \neq \emptyset$ و $A \cap S \neq \emptyset$ 10

وهذا يعني أن S غير مترابطة. $A \cup B \supseteq S$ ، $A \cap B \cap S \neq \emptyset$ 10

1

لنكن U مجموعة مفتوحة في R . هذا احتمالان:
 الأول: $3 \in U$ وحينئذ: $\bar{f}(U) = R$ مجموعة مفتوحة
 الثاني: $3 \notin U$ وحينئذ: $\bar{f}(U) = \emptyset$ مجموعة مفتوحة
 إذن، الصورة العكسية وفقًا لأي مجموعة مفتوحة في R مستقرة تحت f .
 مجموعة في المطلق، وبالتالي التطبيق f مستمر.

السؤال الثالث (٢٠ علامة):

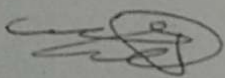
١- لدينا $A^\circ \subseteq A$ و $B^\circ \subseteq B$ وحينئذ: $A^\circ \cap B^\circ \subseteq A \cap B$
 ٢- $A^\circ \cap B^\circ = (A^\circ \cap B^\circ)^\circ \subseteq (A \cap B)^\circ$
 ٣- من هنا نستنتج أن: $(A \cap B)^\circ \subseteq A^\circ \cap B^\circ$
 من جهة ثانية لدينا: $A \cap B \subseteq A$ و $A \cap B \subseteq B$
 و $(A \cap B)^\circ \subseteq A^\circ$ و $(A \cap B)^\circ \subseteq B^\circ$

٤- إذن: $(A \cap B)^\circ \subseteq A^\circ \cap B^\circ$. من هاتين العلاقات نستنتج المساواة المطلوبة.

ب- البرهنة:

(١) فرضنا الشرط ١٤
 (٢) كفاية الشرط ٦

أ. د. طالب غريفة



عمر في ٢١ / ١٨ / ٢٠١٦